

Feuille exercice préparation CC1

Une feuille avec des exercices facultatifs, le nombre d'étoile indique la difficulté de l'exercice. Bonne chance :). Dans certains exercices, des indications sont données *en italique*.

Statistiques descriptives

Exercice 1 (*) : On a obtenu les données suivantes:

X	1	3	5	7	8	10	14	15	15
Y	-1	0	2	3	3	4	7	8	9

1. Calculer $\bar{X}$ et $\bar{Y}$.
2. Calculer $\text{Var}(X)$ et $\text{Var}(Y)$.
3. Calculer le coefficient de corrélation empirique $r(X, Y)$.
4. Calculer la droite d'ajustement de Y en X . Comment prédire la valeur de Y pour $X = 12$?

Exercice 2 ()** : Soit le tableau de contingence suivant:

X\Y	5,7	7,10	10,13	13,17
8.5,10.5	2	8	4	2
10.5,12.5	4	6	5	4
12.5,13.5	0	3	7	9

1. Donner le tableau de fréquence conjointes et marginales.
2. Calculer $\bar{X}$ et $\bar{Y}$.
3. Calculer les moyennes conditionnelles.
4. Calculer la covariance $\text{Cov}(X, Y)$ et le coefficient de corrélation empirique $r(X, Y)$.

Probabilités, variables aléatoires

Exercice 3 (*) : On considère un dé cubique truqué dont les faces sont numérotés de 1 à 6 et on note X la variable aléatoire donnée par le numéro de la face du dessus. On suppose que le dé est truqué de sorte que la probabilité d'obtenir une face est proportionnelle au numéro inscrit sur cette face.

1. Déterminer la loi de X , calculer son espérance et sa variance.
2. On pose $Y = \frac{1}{X}$. Déterminer la loi de Y , et son espérance.
3. On pose $Z = 2X - 3$. Déterminer la loi de Z , son espérance et sa variance.

Exercice 4 (★ ★): Un garagiste dispose de deux voitures de location. Chacune est utilisable en moyenne 4 jours sur 5. Il loue les voitures avec une marge brute de 300 euros par jour et par voiture. On considère X la variable aléatoire égale au nombre de clients se présentant chaque jour pour louer une voiture. On suppose que $X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\}$ avec

$$\mathbb{P}(X = 0) = 0.1 \quad \mathbb{P}(X = 1) = 0.3 \quad \mathbb{P}(X = 2) = 0.4 \quad \mathbb{P}(X = 3) = 0.2.$$

1. On note Z le nombre de voitures disponibles par jour. Déterminer la loi de Z . On pourra considérer dans la suite que X et Z sont indépendantes.
2. On note Y la variable aléatoire : « nombre de clients satisfaits par jour ». Déterminer la loi de Y . *Pensez à la formule des probabilités totales*
3. Calculer la marge brute moyenne par jour.

Exercice 5 (★ ★): On jette deux dés, (rouge et bleu), le dé rouge n'est pas truqué, et le dé bleu est truqué de sorte que la face 6, apparaisse 2 fois plus souvent que d'habitude. On note R la variable aléatoire associée au dé rouge, et B la variable aléatoire associée au dé bleu. On suppose que R et B sont indépendantes.

1. Décrire Ω . Calculer $|\Omega|$.
2. Donner la loi de R et de B . Calculer leurs espérances.
3. Soit $A = \{\text{La somme des deux dés est plus grande que 6}\}$, calculer $\mathbb{P}(A)$.
4. Soit $C = \{\text{Les dés affichent des chiffres différents}\}$, calculer $\mathbb{P}(C)$.
5. Calculer $\mathbb{P}(A \cap C)$, A et C sont-ils indépendants ?
6. Calculer $\mathbb{P}(A | C)$ et $\mathbb{P}(\bar{A} | C)$. Calculer la somme de ces probabilités. Calculer $\mathbb{P}(A | \bar{C})$.

Exercice 6 (★ ★ ★): Une entreprise souhaite recruter un cadre. n personnes se présentent pour le poste. Chacun d'entre eux passe à tour de rôle un test, et le premier qui réussit le test est engagé. La probabilité de réussir le test est $p \in]0, 1[$. On pose également $q = 1 - p$. On définit la variable aléatoire X par $X = k$ si le k -ième candidat qui passe le test est engagé, et $X = n + 1$ si personne n'est engagé.

1. Déterminer la loi de X .
2. On rappelle $\sum_{k=0}^n x^k = \frac{1-x^{n+1}}{1-x}$, calculer $\sum_{k=0}^n kx^{k-1}$ pour $x \neq 1$. En déduire l'espérance de X . *Aide: la dérivée de x^n est nx^{n-1} .*
3. Quelle est la valeur minimale de p pour avoir plus d'une chance sur deux de recruter l'un des candidats?